

Tema. Ruido I

Tema. Ruido I.....	1
1. Introducción.....	1
2. Análisis en el dominio del tiempo.....	2
2.1. Valor cuadrático medio, potencia de ruido y relación señal a ruido	2
2.2. Función de distribución y función de densidad de probabilidad.....	3
2.4. Suma de ruidos	4
3. Análisis en el dominio de la frecuencia.....	5
3.1. Densidad espectral de ruido.....	5
3.2. Tipos de ruido.....	7
3.3. Conformación de ruido.....	7
3.4. Ancho de banda equivalente de ruido.....	8
4. Ruido en dispositivos y componentes	10
4.1. Tipos de fuentes de ruido en circuitos electrónicos.....	10
4.2. Modelos de ruido en dispositivos y componentes.....	12
4.3. Resumen de modelos de ruido en dispositivos y componentes.....	16
5. Análisis de ruido de un circuito.....	17
6. Fuentes equivalentes de ruido a la entrada de un circuito	18
6.1. Cálculo de las equivalentes fuentes de ruido a la entrada	20
6.2. Calculando el ruido a la salida a partir de las fuentes equivalentes de ruido. .	21
6.3. Resumen de fuentes equivalentes de ruido y procedimiento para su cálculo..	22
7. Factor de ruido, figura de ruido y temperatura de ruido.....	23
Referencias	23

1. Introducción

Para señales muy pequeñas el ruido generado por los componentes y dispositivos de un circuito puede enmascarar la información contenida en la señal, por lo que el nivel de ruido existente en un circuito representa un límite inferior del valor aceptable para los niveles de señal. En este tema analizaremos y caracterizaremos el ruido, tanto en el dominio del tiempo como de la frecuencia, estudiaremos los distintos tipos de ruido generados por dispositivos y componentes y aprenderemos a hacer análisis de ruido en circuitos electrónicos.

Ante todo, en un circuito electrónico, hemos de distinguir dos grupos generales de ruido, los que tienen una causa externa (fuentes de alimentación conmutadas, ruido de sustrato, ruido radiado, etc.) y que aparecen en el circuito como consecuencia de interferencias y aquéllos que se generan internamente en el circuito. Nosotros consideraremos aquí tan sólo estos últimos, dejando el estudio de la interferencia electromagnética a otras asignaturas.

En segundo lugar, el estudio de ruido en un circuito electrónico debe tener en cuenta la naturaleza aleatoria del proceso, ya que en los circuitos electrónicos el ruido puede considerarse como un proceso estocástico. Formalmente un proceso estocástico es un conjunto indexado de funciones aleatorias cuyo índice puede ser discreto o continuo. En nuestro caso el índice es el tiempo.

El estudio del ruido así planteado parece muy complejo, ya que, en cada instante tenemos una función aleatoria distinta que debemos caracterizar de una forma independiente. En la práctica, los diferentes tipos de ruido que se producen en un circuito electrónico se pueden considerar estacionarios en sentido amplio (en inglés *wide sense stationary* o *WSS*) lo que quiere decir que los dos primeros momentos (la media y la varianza) de todas estas funciones aleatorias son iguales. Es más, en los procesos de ruido que vamos a estudiar, el valor medio de las funciones aleatorias no sólo es independiente del tiempo, sino que además es cero.

2. Análisis en el dominio del tiempo

2.1. Valor cuadrático medio, potencia de ruido y relación señal a ruido

Dado un ruido cuyo nivel de tensión (intensidad) viene dado por $v_n(t)$ ($i_n(t)$), se define su *valor cuadrático medio* como

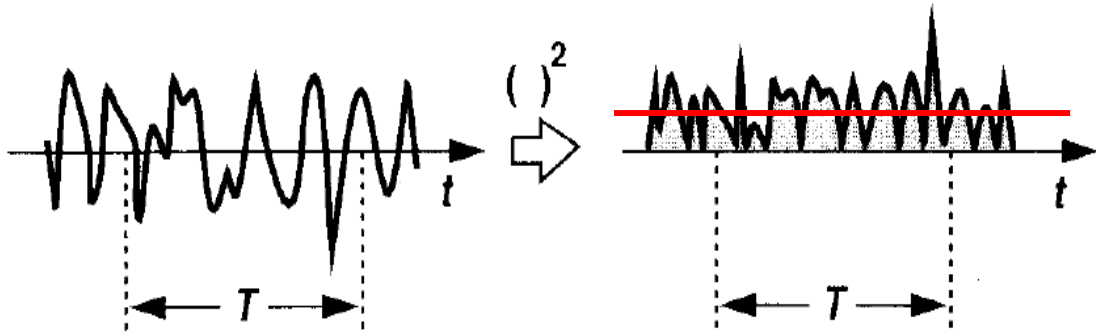


Figura 1. Cálculo del valor cuadrático medio.

$$\overline{v_n^2} = V_{n,rms}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T v_n^2(t) dt \quad \left(\overline{i_n^2} = I_{n,rms}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i_n^2(t) dt \right) \quad (1)$$

En la expresión (1) hemos ignorado la dependencia de $V_{n,rms}^2$ ($I_{n,rms}^2$) con el tiempo. Dicha dependencia existe en la práctica; no obstante, dado que el proceso se supone estacionario, el valor cuadrático medio tiende a un valor constante si se toma un periodo T suficientemente grande. A la raíz cuadrada del valor cuadrático medio de ruido se le denomina *valor eficaz de ruido* (en inglés *root mean square* o *rms*).

La potencia media disipada sobre una resistencia de valor R_L vendrá dada por:

$$P_n = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{v_n^2(t)}{R_L} dt = \frac{V_{n,rms}^2}{R_L} = \frac{\overline{v_n^2}}{R_L} \quad \left(P_n = \frac{1}{T} \int_0^T i_n^2(t) R_L dt = I_{n,rms}^2 R_L = \overline{i_n^2} R_L \right) \quad (2)$$

Es normal referir la potencia disipada a una resistencia de 1Ω (aunque la resistencia equivalente del circuito en ese punto tenga un valor distinto), en cuyo caso el valor de la potencia disipada en W y el valor cuadrático medio de la tensión en V^2 (corriente en A^2)

coinciden. Por ello al valor cuadrático medio se le conoce también como *potencia normalizada*.

A veces resulta conveniente expresar la potencia en escala logarítmica respecto de un valor dado. Normalmente se expresa en dB de Watio o en dB de miliWatio (o dBm).

Como ejemplo $P(\text{dBm}) = 10 \log_{10} \left(\frac{\text{Potencia}}{1 \text{ mW}} \right)$, y una potencia de 10 W serían 10 dB de Watio o 40 dBm.

Se define la *relación señal a ruido* (en inglés *signal to noise ratio* o *SNR*) como el cociente entre la potencia de señal y la potencia de ruido. Normalmente se expresa en escala logarítmica (decibelios o dB):

$$SNR(\text{dB}) = 10 \log_{10} \left(\frac{\text{Potencia de Señal}}{\text{Potencia de Ruido}} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{V_{x,rms}}{V_{n,rms}} \right) \quad (3)$$

Donde $V_{x,rms}^2$ y $V_{n,rms}^2$ son los valores cuadráticos medios de señal y ruido, respectivamente, referidos a una misma impedancia (por ejemplo a la impedancia normalizada de 1Ω).

Ejemplos:

1. Determinar el valor eficaz de una señal de 0 dBm referida a 50Ω .
Solución: 0.2236 V
2. ¿Cuál es el nivel en dBm de una señal de 2 V eficaces referida a 50Ω ?
Solución: 19.031 dBm.
3. ¿Cuál sería su nivel referida a 75Ω ?
Solución: 17.300 dBm

2.2. Función de distribución y función de densidad de probabilidad

Recordemos que la *función de distribución* de una variable aleatoria v se define como $D_v(x) = P[v \leq x]$, donde $P[S]$ significa la probabilidad de que ocurra el suceso S . Igualmente se define la *función de densidad de probabilidad* (en inglés *probability density function* o *PDF*) como la derivada de la función de distribución $P_v(x) = dD_v(x) / dx$

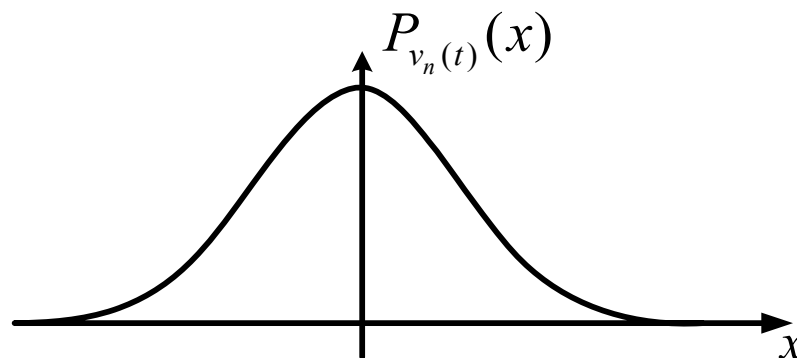


Figura 2. Función de densidad de probabilidad de una distribución normal.

En los distintos tipos de ruido que vamos a estudiar aquí es posible determinar las funciones de distribución y de densidad de probabilidad de las variables aleatorias que constituyen el proceso estocástico. Se puede demostrar que la mayor parte de ellos siguen una distribución normal (también llamada gaussiana)¹ de media $\mu = 0$ y varianza σ^2 (Figura 2):

$$P_{v_n(t)}(x) = \frac{1}{\sigma \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \quad (4)$$

2.4. Suma de ruidos

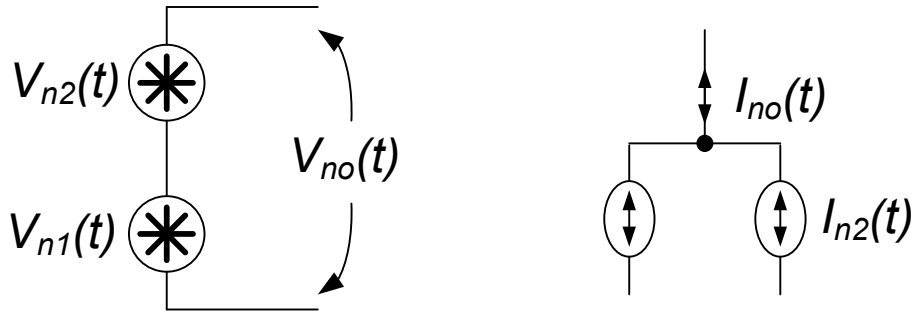


Figura 3. Suma de ruidos: a) fuentes de tensión, b) fuentes de intensidad

Si tenemos dos fuentes de ruido que se suman (Figura 3a), el valor cuadrático medio del ruido equivalente vendrá dado por

$$V_{no,rms}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T [v_{n1}(t) + v_{n2}(t)]^2 dt = V_{n1,rms}^2 + V_{n2,rms}^2 + 2c_{12} V_{n1,rms} V_{n2,rms} \quad (5)$$

donde c_{12} se denomina *coeficiente de correlación* entre las variables estocásticas $v_{n1}(t)$ y $v_{n2}(t)$, y se define como²:

$$c_{12} = \frac{\frac{1}{T} \int_0^T v_{n1}(t) v_{n2}(t) dt}{V_{n1,rms} V_{n2,rms}} \quad (6)$$

Por su propia definición se cumple que $-1 \leq c_{12} \leq +1$. De especial interés son los siguientes casos:

¹ Los procesos de ruido que aquí consideramos resultan de la agregación de un número muy elevado de procesos aleatorios. El teorema central del límite nos dice que, bajo condiciones muy generales, la distribución de la suma de variables aleatorias tiende a una distribución normal (también llamada distribución gaussiana o curva de Gauss o campana de Gauss) cuando la cantidad de variables es muy grande. El teorema central del límite se demuestra para diferentes tipos de condiciones. Una de las más simples establece que es suficiente que las variables que se suman sean independientes, idénticamente distribuidas, con valor esperado y varianza finitas.

² Por ser un proceso estacionario asumimos que c_{12} es independiente del tiempo.

1. $c_{12} = 0$. En este caso las variables aleatorias se dicen *incorreladas* (se puede demostrar que variables aleatorias que son independientes también son incorreladas, aunque lo contrario no es cierto).
2. $c_{12} = \pm 1$. En este caso las variables se dicen completamente *correladas* (dos variables aleatorias que están producidas por el mismo fenómeno físico están completamente correladas).

De (5), puede comprobarse que cuando las variables son incorreladas, sus valores cuadráticos medios se suman: $V_{no,rms}^2 = V_{n1,rms}^2 + V_{n2,rms}^2$, y cuando son completamente correladas sus valores eficaces se suman: $V_{no,rms} = V_{n1,rms} + V_{n2,rms}$.

Ejemplo:

Dos fuentes de ruido completamente incorreladas ($c_{12} = 0$) tienen valores eficaces $V_{n1,rms} = 10 \mu V$ y $V_{n2,rms} = 5 \mu V$, respectivamente.

1. Determinar el valor eficaz del ruido suma.

Solución: $V_{no,rms} = 11.180 \mu V$.

2. Si deseamos que el valor eficaz del ruido suma no supere los $10 \mu V$, ¿cuánto habría que reducir el valor eficaz de la primera de las fuentes?. Si en vez de disminuir el valor eficaz de la primera, queremos conseguirlo disminuyendo la segunda, ¿cuánto debería reducirse su valor eficaz?.

Solución. La primera debería disminuir hasta un valor eficaz de $8.660 \mu V$. La segunda debería eliminarse por completo.

Este ejemplo nos muestra claramente que, dado que el ruido procedente de fuentes incorreladas se suma cuadráticamente, la única forma eficaz de reducir el ruido total consiste en reducir el ruido de la fuente que más contribuye.

3. Análisis en el dominio de la frecuencia

En el apartado anterior hemos estudiado el ruido en el dominio del tiempo. Es, sin embargo, en el dominio de la frecuencia donde podremos apreciar los distintos tipos de ruido.

3.1. Densidad espectral de ruido

Se define la *densidad espectral de ruido* (en inglés *noise spectral density* o *NSD*) como el valor medio de la potencia normalizada de ruido en un ancho de banda de 1 Hz y se mide en V^2/Hz (A^2/Hz) (Figuras 4 y 5). A su raíz cuadrada se le denomina *densidad espectral de ruido raíz*.

La densidad espectral de ruido también se puede interpretar como el valor cuadrático medio del ruido sobre un ancho de banda de 1Hz. Por tanto, si integramos en toda la banda de frecuencias obtendremos la potencia normalizada de ruido que, como sabemos, coincide con su valor cuadrático medio.

$$V_{n,rms}^2 = \int_0^\infty V_n^2(f) df \quad (7)$$

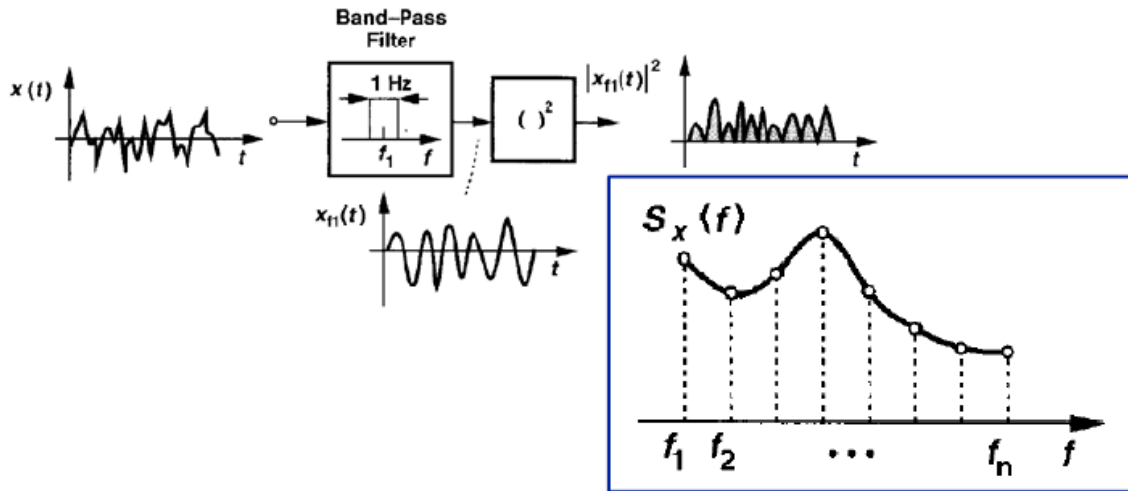


Figura 4. Definición de densidad espectral de ruido

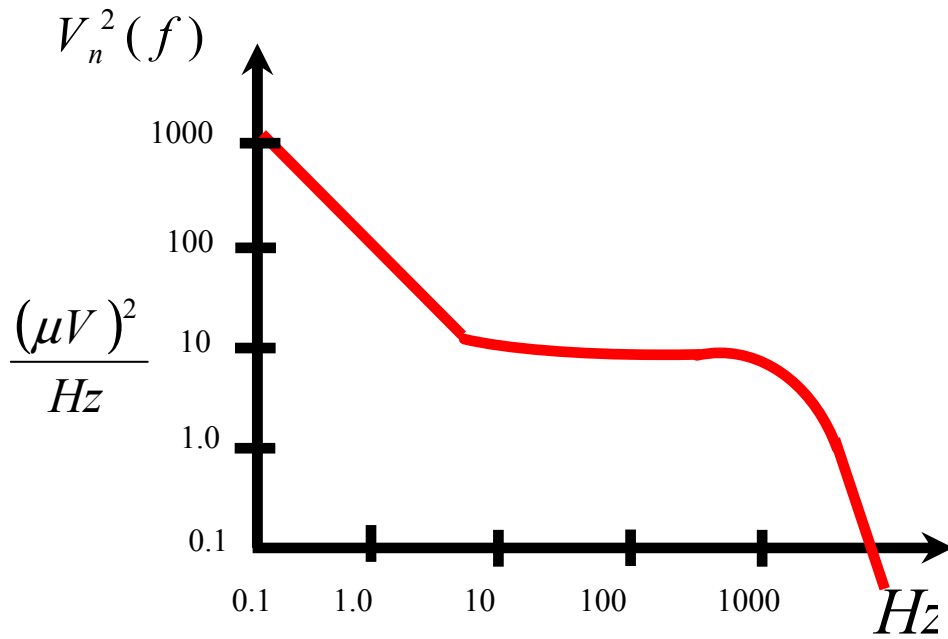


Figura 5. Densidad espectral de ruido.

Por último, según el teorema de *Wiener-Khinchin*, la densidad espectral de un proceso estocástico estacionario en sentido amplio $V_n^2(f)$ es la transformada de Fourier de la función de autocorrelación correspondiente, es decir [1]:

$$V_n^2(f) = \int_0^\infty c_{11}(\tau) e^{-j2\pi f \tau} d\tau \quad ; \quad c_{11}(\tau) = E[x(\tau)x^*(t-\tau)] \quad (8)$$

3.2. Tipos de ruido

Atendiendo a la forma de la densidad espectral de ruido podemos distinguir distintos varios tipos de ruido [2]. Aquí tan sólo consideraremos los más importantes en el análisis de circuitos electrónicos.

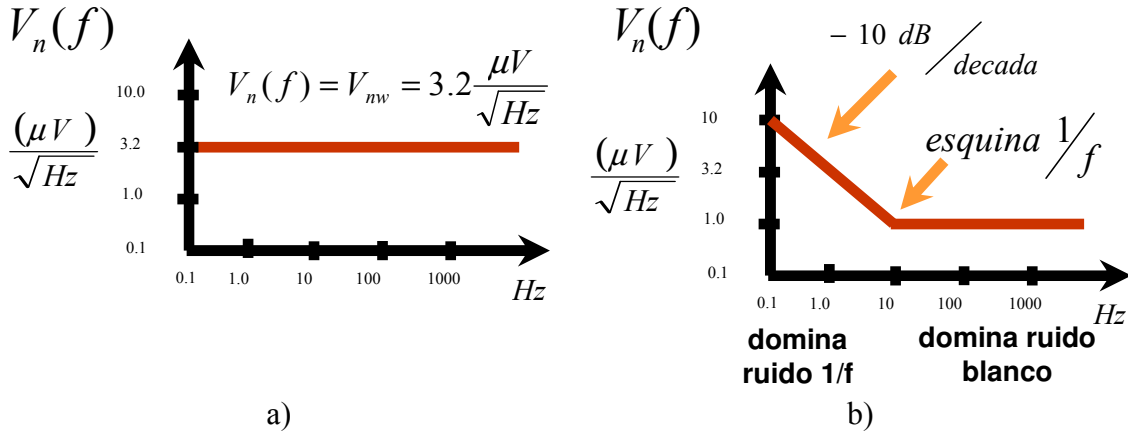


Figura 6. Tipos de Ruido distinguibles en la función de densidad espectral raíz: a) ruido blanco, b) ruido rosa en baja frecuencia y blanco en alta frecuencia.

Se denomina *ruido blanco* a aquél cuya densidad espectral es constante, independiente de la frecuencia (Figura 6a). Por supuesto como la potencia de la señal no puede ser infinita, la densidad espectral no podrá mantenerse constante hasta el infinito. No obstante, en nuestro caso las frecuencias a las que la densidad espectral pierde su característica plana están fuera de nuestro interés.

Se denomina *ruido rosa* a aquél cuya densidad espectral varía de manera inversamente proporcional a la frecuencia. También recibe el nombre de ruido $1/f$.

En la práctica se superponen varias fuentes de ruido dando lugar a densidades espectrales como la mostrada en la figura 6b (en este caso, densidad espectral raíz), que combinan ruido rosa en baja frecuencia y ruido blanco en alta frecuencia. A la frecuencia a la que ambos tipos de ruido se igualan se denomina *esquina $1/f$* .

3.3. Conformación de ruido

La densidad espectral $V_{ni}^2(f)$ de una fuente de ruido $v_{ni}(t)$ se ve alterada cuando atraviesa un filtro de función de transferencia $H(s)$, de manera que

$$V_{no}^2(f) = V_{ni}^2(f) |H(j2\pi f)|^2 \quad (9)$$

En este caso, el valor cuadrático medio (potencia normalizada de ruido) a la salida del filtro es:

$$V_{no,rms}^2 = \int_0^\infty V_{ni}^2(f) |H(j2\pi f)|^2 df \quad (10)$$

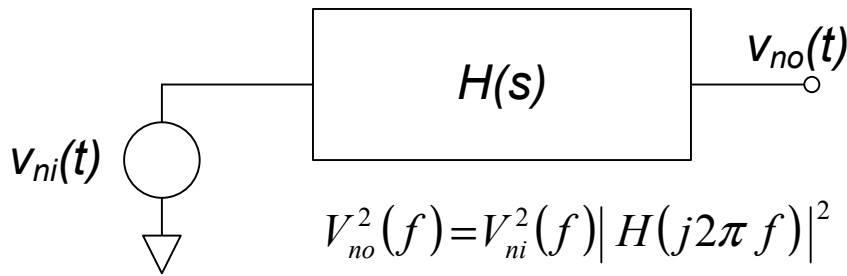


Figura 7. Conformación de ruido

Este resultado es de una gran transcendencia para el análisis de ruido de circuito, ya que nos permite conocer cómo se propaga el ruido desde la fuente de ruido hasta otro punto del circuito (por ejemplo, a la salida), si conocemos la función de transferencia correspondiente.

Por otra parte, dado que el ruido es una señal de muy baja amplitud, los análisis de ruido se realizan sobre los modelos de pequeña señal de los dispositivos y componentes, dando lugar a funciones de transferencia lineales.

3.4. Ancho de banda equivalente de ruido

En los análisis de ruido es muy común el considerar tan sólo fuentes de ruido blanco, con lo que los análisis se simplifican. No obstante, al atravesar el ruido blanco un filtro se conforma con la función de transferencia del filtro. En este caso resulta interesante definir el *ancho de banda equivalente de ruido* de un filtro como el ancho de banda de un filtro ideal rectangular que daría el mismo valor de ruido cuadrático medio (la misma potencia normalizada de ruido) en la salida frente a un ruido blanco en la entrada (se asume que ambos filtros tienen la misma ganancia en la banda pasante). De la definición, para un filtro paso-bajo de función de transferencia $H(s)$:

$$f_x = \frac{\int_0^\infty |H(j2\pi f)|^2 df}{|H(0)|^2} \quad (11)$$

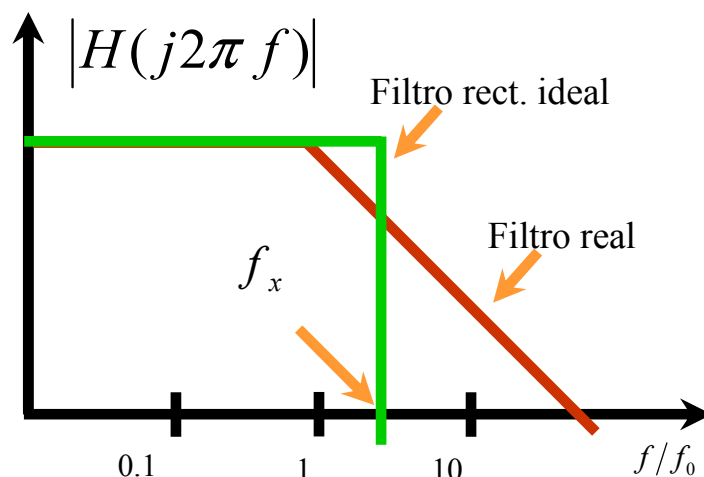


Figura 8. Ancho de banda equivalente de ruido

Para comprender la utilidad del ancho de banda equivalente de ruido consideremos que un ruido blanco de densidad espectral $V_{ni}^2(f) = \eta^2$ atraviesa un filtro paso-bajo de función de transferencia $H(s)$, cuyo ancho de banda equivalente de ruido es f_X . Entonces el cálculo de la potencia normalizada de salida es trivial, ya que:

$$V_{no,rms}^2 = \int_0^\infty V_{ni}^2(f) |H(j2\pi f)|^2 df = \eta^2 |H(0)|^2 f_X \quad (12)$$

Ejemplo: Ancho de banda equivalente de ruido para una red RC

1. Un ruido blanco tiene una densidad espectral raíz de valor $V_{ni}(f) = \eta = 20 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$, determinar el valor eficaz del ruido entre 0 y 100 KHz.
2. ¿Cuál sería el valor eficaz en dicho intervalo si pasa a través de un filtro sin ruido RC como el de la figura 9? ¿Y en todo el espectro?

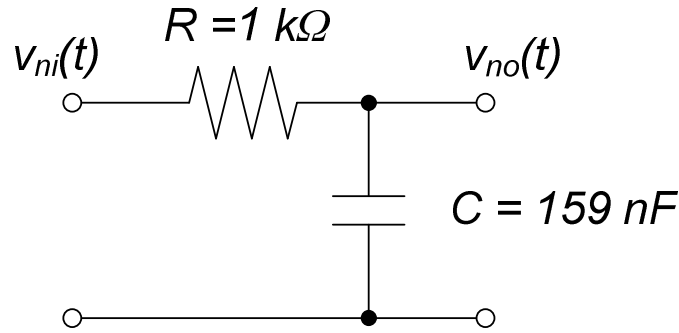


Figura 9. Filtro Paso-Bajo

El valor cuadrático medio del ruido a la entrada entre 0 y 100 kHz viene dado por:

$$V_{ni,rms}^2 \big|_{0-100 \text{ KHz}} = \int_0^{10^5} (20 \times 10^{-9})^2 df = 4 \times 10^7 (\text{nV})^2 \quad (13)$$

De donde, el valor eficaz de ruido en dicho intervalo de frecuencias es $V_{ni,rms} = 6,325 \mu\text{V}$

Por otra parte, la función de transferencia del filtro de la figura 8 viene dada por:

$$|H(jf)| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2}} \text{ con } f_0 = \frac{1}{2\pi RC} = 10^3 \text{ Hz} . \quad (14)$$

Calculamos el ancho de banda equivalente de ruido del filtro. Aplicando (11)

$$f_X = \frac{\int_0^\infty |H(j2\pi f)|^2 df}{|H(0)|^2} = \int_0^\infty \frac{df}{1 + \left(\frac{f}{f_0}\right)^2} = f_0 \arctan \left(\frac{f}{f_0} \right) \bigg|_0^\infty = \frac{\pi f_0}{2} = \frac{1}{4RC} \quad (15)$$

Por tanto, el valor eficaz de ruido a la salida del filtro paso-bajo de la figura 9 vale:

$$V_{no,rms} = \eta |H(0)| \sqrt{f_X} = 0,793 \mu V \quad (16)$$

4. Ruido en dispositivos y componentes

4.1. Tipos de fuentes de ruido en circuitos electrónicos

4.1.1. Ruido térmico

El ruido térmico, también llamado de Johnson o Nyquist, es provocado por el movimiento aleatorio de las cargas en un conductor como consecuencia de la excitación térmica. Como características fundamentales de este ruido podemos decir que:

- es un ruido blanco, por tanto su densidad espectral de potencia es plana,
- es proporcional a la temperatura absoluta del conductor ,
- no depende de la polarización de los dispositivos y,
- aparece siempre que hay una resistencia.

Ruido térmico en una resistencia

En las resistencias, su densidad espectral viene dada por:

$$V_R^2(f) = 4kT R \quad \left[I_R^2(f) = \frac{4kT}{R} \right] \quad (17)$$

Donde k es la constante de Boltzmann ($1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K) y T es la temperatura absoluta en grados Kelvin. Se suele considerar 290 °K como temperatura ambiente.

Ruido térmico en un transistor MOS

Los transistores MOS son esencialmente resistencias controladas por tensión, por lo que en ellos también aparece un ruido térmico que puede ser modelado mediante una corriente de ruido en el drenador. Esta fuente de corriente posee una densidad espectral de valor:

$$I_{nd}^2(f) = 4kT\gamma g_{d0} = 4kT\gamma g_m \quad (18)$$

Donde g_{d0} es la conductancia del canal cuando $V_{DS}=0$ (que puede demostrarse que coincide con la transconductancia del MOS en saturación g_m) y γ es un parámetro que depende del dispositivo y de su polarización:

- Si $V_{DS}=0$, entonces $\gamma = 1$.
- Si el dispositivo es de canal largo y está en saturación, entonces $\gamma=2/3$.
- Si el dispositivo es de canal corto, el ruido térmico es más difícil de modelar y γ puede llegar a tomar valores tan altos como 2 y 3. La explicación a este “exceso de ruido” se encuentra en la presencia de “electrones calientes” en el canal debido al elevado campo eléctrico. Su temperatura es mucho más elevada que la de la red cristalina [3].

La conductancia del canal cuando $V_{DS}=0$ puede hallarse fácilmente tomando derivadas parciales en la ecuación de la intensidad de drenador del MOS. La condición $V_{DS}=0$ implica que el MOS está en zona óhmica, por lo tanto:

$$i_D = \beta \frac{W}{L} \left(v_{GS} - V_T - \frac{v_{DS}}{2} \right) v_{DS} \Rightarrow g_{d0} = \left. \frac{\partial i_D}{\partial v_{DS}} \right|_{V_{DS}=0} = \beta \frac{W}{L} (v_{GS} - V_T) = g_m \quad (19)$$

En la práctica, la expresión (19) es demasiado simplista y $g_{d0} = \alpha g_m$, siendo $\alpha \leq 1$ un parámetro que tiende a 1 para transistores de canal largo. En lo que sigue siempre supondremos $\alpha = 1$, por simplicidad.

4.1.2 Ruido de disparo o “Shot Noise”

El ruido de disparo se produce debido a la granularidad de las cargas que atraviesan una unión *pn* (es decir, la corriente que atraviesa la unión no es continua si no que está formada por un flujo de partículas). Para que aparezca este tipo de ruido debe existir una corriente y una barrera de potencial a través de la cual salten los portadores. El hecho de que los portadores lleguen a la barrera de forma aleatoria, es lo que hace que este ruido sea blanco. La densidad espectral de potencia de este ruido es:

$$I_D^2(f) = 2q I_{DC} \quad (20)$$

Donde: q es la carga del electrón: $1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ e I_{DC} es la corriente de polarización

Por tanto, el ruido de disparo:

- es un ruido blanco, siendo su densidad espectral plana y,
- a diferencia del ruido térmico,
 - o su densidad espectral depende de la corriente de polarización y
 - o sólo está presente en uniones *pn* (directamente polarizadas)

Como la naturaleza del ruido de disparo implica la existencia de una barrera de potencial, no hay ruido de disparo en los transistores MOS pero sí en los bipolares y en los diodos.

4.1.3 Ruido de centelleo o “Flicker”

Este es el tipo de ruido menos conocido de todos los existentes. Aparece en fenómenos tan diversos como el potencial de las membranas celulares, la velocidad de rotación de la Tierra y el ruido de radiación galáctico.

En los transistores, a pesar de que existen numerosos estudios, no está totalmente determinada la causa de este ruido. En transistores MOS parece estar asociado a la presencia de centros de recombinación. No obstante, algunos autores incluso postulan que el ruido Flicker tiene causas diferentes en los transistores nMOS (centros de recombinación superficiales) y pMOS (centros de recombinación en el cuerpo del

transistor) [4], aunque en los modernos dispositivos, de muy escasa dimensión, se asume que casi todos los efectos son superficiales.

El ruido Flicker se caracteriza por una densidad espectral de potencia inversamente proporcional a la frecuencia, por lo que no es un ruido blanco. En todos los procesos en los que aparece, su densidad espectral de potencia sigue la siguiente ecuación:

$$N_f^2(f) = \frac{K_f}{f^n} \quad (21)$$

donde K_f y n son unas constantes empíricas que dependen de proceso en el que se genera el ruido, aunque n suele tener un valor cercano a la unidad.

El ruido Flicker suele aparecer junto con ruido térmico. La frecuencia para la cual se igualan ambas componentes de ruido se denomina, como sabemos, *esquina 1/f*, *esquina Flicker* o *punto de cruce*. El ruido Flicker es más importante en los transistores MOS que en los bipolares debido a que la esquina Flicker en los BJT suele ser del orden de decenas de Hz, mientras que en los MOS suele llegar a los kHz e incluso MHz.

Para los MOS, el ruido Flicker se modela como una fuente de corriente en el drenador de densidad espectral³:

$$I_f^2(f) = \frac{K_f g_m^2}{C_{ox}' WL f} \quad (22)$$

Por último, decir que, en los transistores MOS, el ruido Flicker es menor en los tipos p que en los de tipo n , de hecho, para la misma tecnología y con las mismas dimensiones puede llegar a ser casi dos órdenes de magnitud inferior. Esto es muy importante a la hora de decidir qué tipo de transistor emplear en amplificadores de bajo ruido.

4.2. Modelos de ruido en dispositivos y componentes

Una vez analizadas los tipos de fuente de ruido y dónde se producen, vamos a ver el modelo de ruido en dispositivos y componentes [2]-[7].

4.2.1. Resistencia

En la resistencia tan sólo se encuentra presente el ruido térmico. El modelo de ruido en sus equivalentes Thévenin y Norton se muestran en la Tabla I.

³ $K_f \approx q^2 N_{ot} / C_{ox}'$, donde N_{ot} [cm⁻²] es la densidad equivalente de trampas en el óxido $N_{ot} = (kTN_t(E)) / \gamma_e$. $N_t(E)$ [cm⁻³ eV⁻¹] es la densidad de trampas en el óxido por unidad de volumen y unidad de energía y γ_e es el coeficiente de atenuación de la función de onda del electrón en el óxido. $N_t(E) = 4 \times 10^{-16}$ cm⁻³ eV⁻¹ y $1/\gamma_e = 10^{-8}$ cm. N_{ot} está en el orden de los 10^{-7} cm⁻² a temperatura ambiente [7].

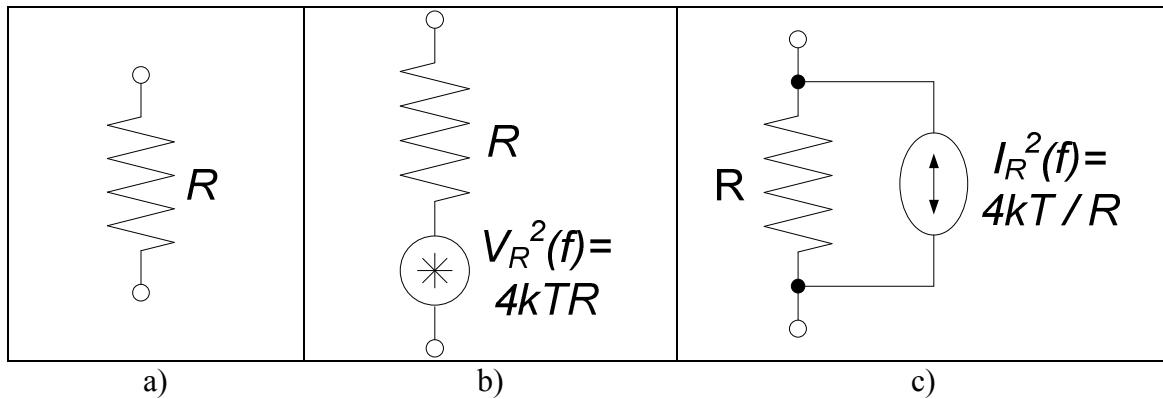


Tabla I. Modelo de ruido de una resistencia. b) Modelo Thévenin, c) Modelo Norton.
Nota: las resistencias en los modelos b y c se consideran componentes ideales sin ruido.

4.2.2. Diodo

En el diodo se encuentran presentes el ruido térmico de las resistencias desde los contactos hasta alcanzar las uniones y el ruido de disparo en la unión. Normalmente, para un diodo directamente polarizado domina el segundo y se desprecia el primero, tal como se ha hecho en el modelo de la Tabla II.

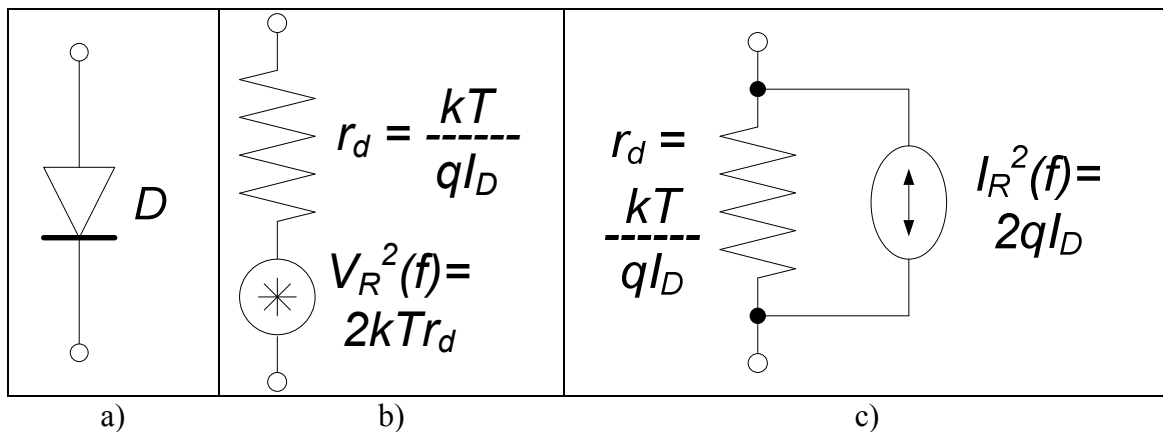


Tabla II. Modelo de ruido de un diodo (en polarización directa). b) Modelo Thévenin, c) Modelo Norton. Nota: las resistencias en los modelos b y c se consideran componentes ideales sin ruido.

4.2.3. Transistor MOS en baja frecuencia

En un transistor MOS hay dos fuentes principales de ruido (que son incorreladas): la debida al ruido térmico en el canal y la debida al efecto Flicker que sólo tiene importancia para frecuencias bajas. La densidad espectral de ruido de ambas fuentes ya es conocida y el modelo se muestra en la Tabla III.

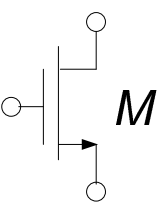
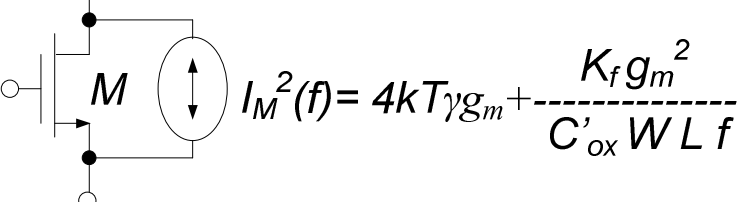
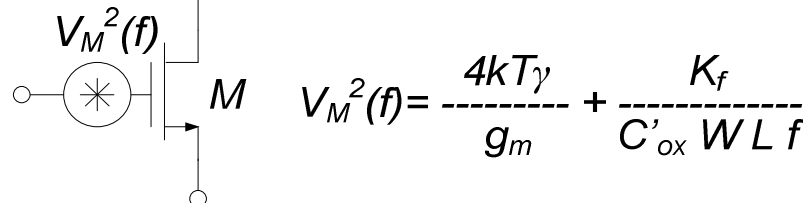
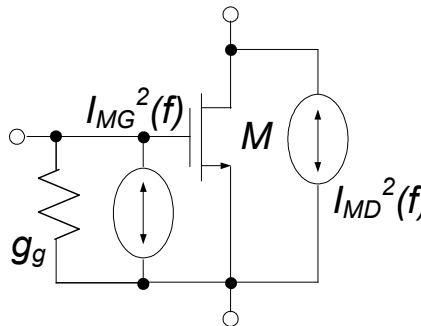
		b)
a)		c)

Tabla III. Modelo de ruido del transistor MOS. El modelo de la figura c es válido tan sólo para baja frecuencias. Nota 1: en las figuras b y c el transistor se considera un componente ideal sin ruido. Nota 2: en las figuras b y c debería sustituirse el transistor por su modelo de pequeña señal.

4.2.4. Transistor MOS en alta frecuencia

Para las tecnologías nanométricas CMOS actuales es necesario utilizar un modelo más completo de ruido para el transistor MOS (Figura 10).



$$I_{MD}^2(f) = 4kT\gamma\alpha g_m + \frac{K_f g_m^2(f)}{C'_{ox} W L f}$$

$$I_{MG}^2(f) = 4kT\delta g_g$$

$$g_g = \frac{(2\pi f C_{gs})^2}{5 g_{d0}}$$

(23)

Figura 10. Modelo completo de ruido del transistor MOS. En la figura el transistor MOS debe reemplazarse por su modelo de pequeña señal sin ruido.

En muy alta frecuencia (cerca de f_T), debido a la naturaleza distribuida del transistor MOS, la impedancia de puerta presenta una desviación de fase respecto del valor puramente capacitivo de la capacidad C_{gs} . Este efecto se modela por una conductancia real ideal, sin ruido, de valor g_g dado en (23).

A su vez, el ruido térmico en el canal induce, por efecto capacitivo, un ruido en la puerta que puede ser modelado por una fuente de corriente entre la puerta y la fuente cuyo valor viene dado igualmente en (23). δ es el coeficiente de ruido de puerta y vale 4/3 para dispositivos de canal largo⁴ [2]-[4].

⁴ Parece raro que el ruido de puerta crezca con el cuadrado de la frecuencia (a este tipo de ruido se le denomina ruido *azul*). En realidad esta dependencia surge de haber empleado el modelo Norton para el ruido de puerta y de la característica capacitiva de la impedancia de entrada del transistor MOS. Si

En alta frecuencia el ruido Flicker puede despreciarse. Debido a que la fuente de ruido de puerta aparece inducida por el ruido térmico en el canal, $I_{MG}^2(f)$ e $I_{MD}^2(f)$ estarán correladas. Denominamos C al coeficiente de correlación entre las fuentes de ruido térmico del canal y de la puerta:

$$C = \frac{\sqrt{I_{MD}^2(f) * I_{MG}^2(f)}}{I_{MD}(f) * I_{MG}(f)} \quad (24)$$

C tiene un valor aproximado de j0.395 para transistores de canal largo.

4.2.5. Transistor bipolar

El transistor bipolar incluye una fuente de ruido de disparo en cada una de las uniones, el ruido térmico en la resistencia de base y el ruido Flicker en la base (Tabla IV).

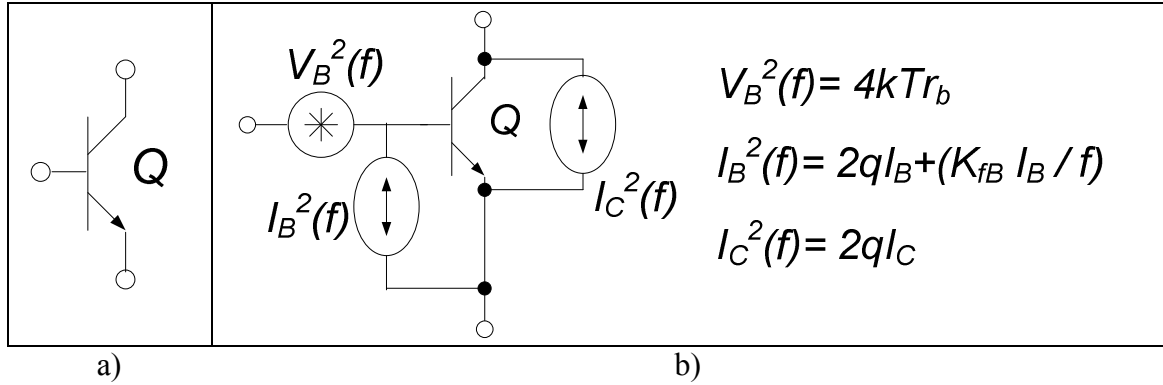


Tabla IV. Modelo de ruido del transistor bipolar. Nota 1: en el modelo de la figura b, el transistor es un dispositivo ideal sin ruido. Nota 2: en el modelo de la figura c debería sustituirse el transistor por su modelo de pequeña señal.

hubiéramos utilizado el equivalente Thévenin, nos hubiera quedado una fuente de tensión de ruido de densidad espectral $V_{NG}^2(f) = 4kT\delta r_g$ en serie con una resistencia $r_g = 1 / 5g_{d0}$, desapareciendo la dependencia de la fuente de ruido con la frecuencia [4].

4.3. Resumen de modelos de ruido en dispositivos y componentes


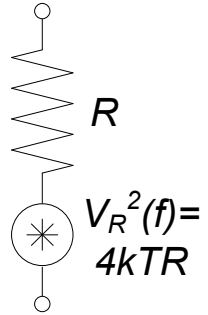
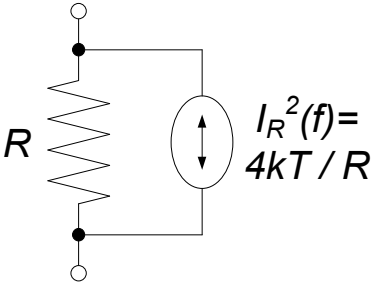
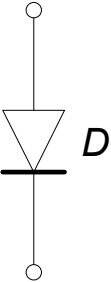
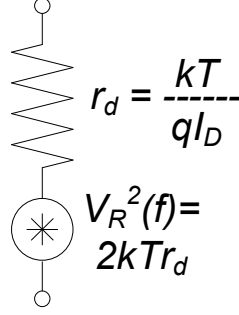
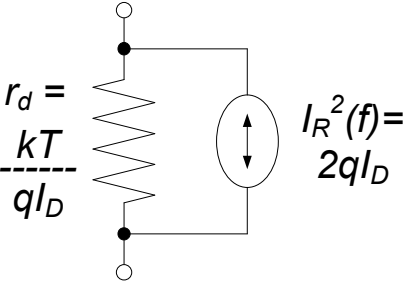
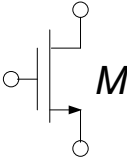
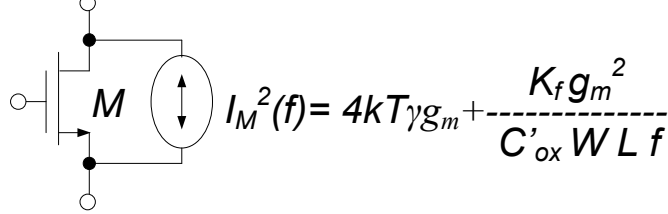
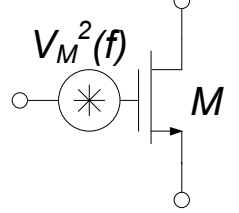
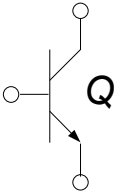
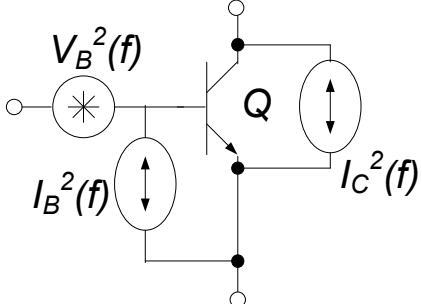
	 $V_R^2(f) = 4kTR$	 $I_R^2(f) = 4kT/R$
	 $r_d = \frac{kT}{qI_D}$ $V_R^2(f) = 2kTr_d$	 $r_d = \frac{kT}{qI_D}$ $I_R^2(f) = 2qI_D$
	 $I_M^2(f) = 4kT\gamma g_m + \frac{K_f g_m^2}{C'_{ox} W L f}$	$V_M^2(f) = \frac{4kT\gamma}{g_m} + \frac{K_f}{C'_{ox} W L f}$
	 $V_M^2(f)$	
	 $V_B^2(f) = 4kTr_b$ $I_B^2(f) = 2qI_B + (K_{fB} I_B / f)$ $I_C^2(f) = 2qI_C$	

Tabla V. Resumen de modelos de ruido. Nota: en los modelos, todos los dispositivos y componentes se consideran ideales sin ruido (salvo las propias fuentes de ruido) y deberían ser reemplazados por su modelo de pequeña señal.

5. Análisis de ruido de un circuito.

Consideremos ahora que tenemos un circuito electrónico con varias fuentes de ruido. El ruido total a la salida se obtiene sumando las contribuciones parciales de cada una de las fuentes. El proceso puede ser tedioso pero es simple. Nos fijaremos en el circuito de la Figura 11a.

Lo primero que tenemos que tener en cuenta es que el análisis de ruido es un análisis de pequeña señal, por lo que en todo el proceso emplearemos el modelo de pequeña señal del circuito. Sobre el modelo de pequeña señal se superponen las fuentes de ruido equivalentes de los dispositivos y componentes. Al modelo resultante se le denomina *modelo de ruido del circuito* (Figura 11c). Aunque es habitual representar de manera esquemática el modelo de ruido del circuito superponiendo directamente las fuentes de ruido sobre el esquemático del circuito (Figura 11b), debemos insistir en que, en el modelo de ruido, los dispositivos y componentes deben aparecer con su modelo de pequeña señal, tal como se muestra en la Figura 11c.

Para calcular el ruido total a la salida (bien sea tensión o corriente), se obtiene de manera independiente la contribución a la densidad espectral de ruido en la salida de cada una de las fuentes de ruido que aparecen en el modelo de ruido del circuito. Para calcular la contribución a la salida de la fuente de ruido x_{ni} (de tensión o corriente) emplearemos la fórmula (9), para la que será necesario calcular la función de transferencia $H_{io}(s)$ entre una fuente ideal del mismo tipo (tensión o corriente) dispuesta en el modelo de pequeña señal en el mismo sitio que x_{ni} , y la salida.

$$Y_{ni}^2(f) = X_{ni}^2(f) |H_{io}(j2\pi f)|^2 \quad (25)$$

Donde $Y_{ni}^2(f)$ es la contribución a la densidad espectral de salida de la fuente de ruido x_{ni} . Repetimos este proceso para cada fuente de ruido.

Dado que los modelos de pequeña señal son modelos lineales, podemos aplicar ahora el principio de superposición: una vez obtenidas de manera independiente las contribuciones de las diferentes fuentes de ruido a la densidad espectral a la salida, estas contribuciones se suman para obtener la densidad espectral de ruido total a la salida $Y_n^2(f)$. Al realizar la suma de las diferentes contribuciones tenemos que tener en cuenta sus coeficientes de correlación.

$$Y_n^2(f) = \sum_i Y_{ni}^2(f) + \sum_{ij} c_{ij} |Y_{ni}(f)| |Y_{nj}(f)| \quad (26)$$

Volviendo al ejemplo de la Figura 11, para calcular la contribución de cada una de las fuentes de ruido, calculamos el ruido que produce cada una de ellas a la salida utilizando el modelo de ruido de la Figura 11c y el procedimiento indicado anteriormente. Como las tres fuentes de ruido (incluyendo el ruido Flicker del transistor) son incorreladas, la densidad espectral de ruido total a la salida viene dada por:

$$V_{n,out}^2 = (I_{n,RD}^2 + i_{n,dM1}^2) (R_D \parallel r_{out})^2 \approx \left(\frac{4kT}{R_D} + 4kT\gamma g_m + \frac{K}{C_{ox}' W L f} g_m^2 \right) R_D^2 \quad (27)$$

Donde se ha supuesto que $r_{out} \gg R_D$.

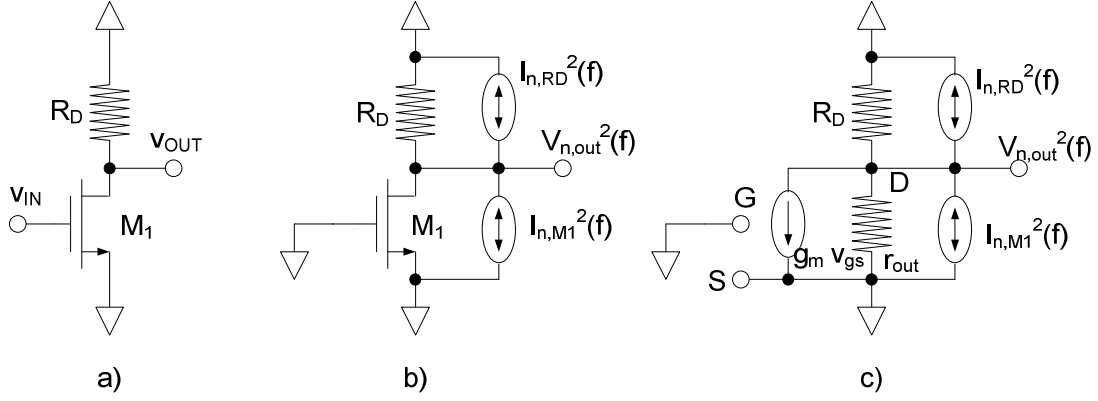


Figura 11. a) Amplificador en fuente común con carga resistiva. b) Modelo esquemático de ruido. c) Modelo de ruido. (Nota: El transistor y las resistencias en las figuras b y c son componentes *sin ruido*).

6. Fuentes equivalentes de ruido a la entrada de un circuito

Como ya sabemos, cuando una fuente de ruido de densidad espectral $V_n^2(f)$ ataca un circuito cuya función de transferencia es $H(s)$, la densidad espectral de ruido a la salida viene dada por $V_n^2(f) |H(j2\pi f)|^2$. Por tanto, si el circuito de la Figura 11a ataca a un amplificador ideal sin ruido, de impedancia de entrada infinita y ganancia $A > 1$, el ruido producido en la salida vendrá dado por $V_{n,out}^2(f) |A|^2$, donde $V_{n,out}^2(f)$ está dada por la expresión (27). A primera vista parece que el circuito se hace más ruidoso al añadirle el amplificador, ya que la potencia del ruido a la salida aumenta. Sin embargo, la potencia de señal aumenta en la misma proporción, por lo que la relación Señal a Ruido del circuito no se modifica.

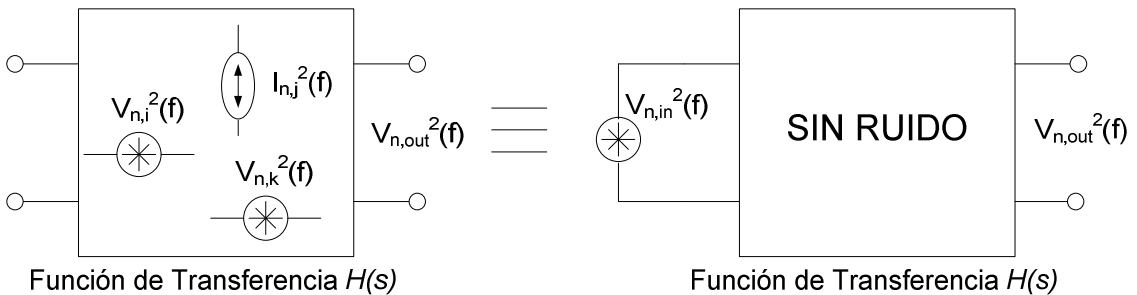


Figura 12. Fuente equivalente de ruido a la entrada (válido tan sólo cuando la impedancia de entrada del circuito es infinita).

Podemos cuantificar el ruido de un circuito independientemente de su ganancia si calculamos el valor de la *fente equivalente de ruido*, que se define como la fuente de ruido que, colocada a la entrada, provoca el mismo ruido total a la salida que todo el circuito. Siguiendo el razonamiento anterior, para el circuito de la Figura 12, una fuente

de entrada de densidad espectral $V_{n,in}^2(f) = \frac{V_{n,out}^2(f)}{|H(j2\pi f)|^2}$ producirá ella sola el mismo ruido total a la salida que el conjunto de todas las fuentes de ruido internas del circuito.

La fuente equivalente de ruido a la entrada del circuito de la Figura 11, cuya ganancia $A = g_m (R_D \parallel r_{out}) \approx g_m R_D^5$, tiene una densidad espectral que se obtiene fácilmente de la definición:

$$V_{n,in}^2(f) = \frac{V_{n,out}^2(f)}{|A|^2} = \frac{4kT}{g_m^2 R_D} + \frac{4kT\gamma}{g_m} + \frac{K}{C_{ox} W L f} \quad (28)$$

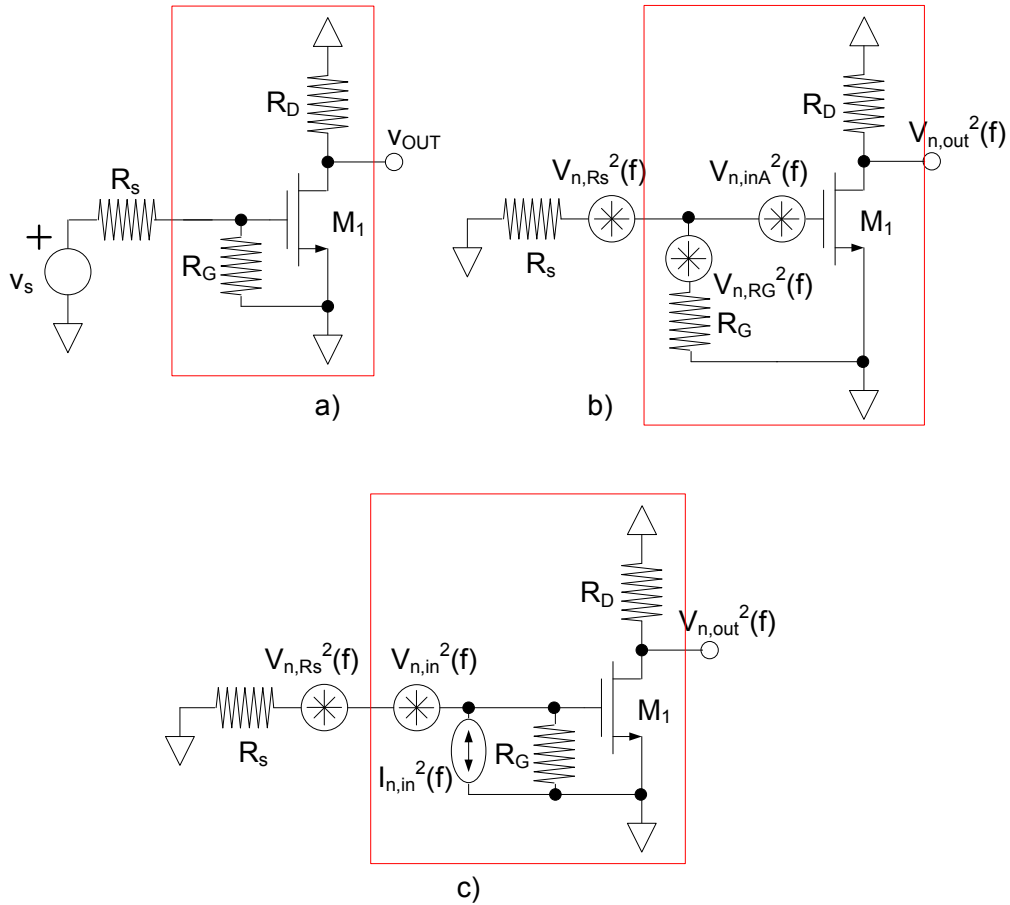


Figura 13. a) Amplificador con impedancia de entrada finita atacado por una fuente de impedancia no nula. b) Modelo de ruido del circuito de la Figura 13a donde $V_{n,inA}^2(f)$ es la fuente equivalente de ruido del amplificador sin la resistencia R_G . c) Modelo de ruido del amplificador completo. (Nota 1: en los circuitos b y c los transistores y resistencias son componentes ideales *sin ruido*. Nota 2 En los modelos de ruido deberían haberse representado los dispositivos y componentes por su modelo de pequeña señal).

⁵ Para facilitar los cálculos supondremos a partir de ahora que $(R_D \parallel r_{out}) \approx R_D$ y haremos esa aproximación de manera automática.

El modelo de fuente equivalente de ruido a la entrada mostrado en la Figura 12 es suficiente para circuitos como el de la Figura 11 que tienen una impedancia de entrada infinita. Es fácil demostrar que si la impedancia de entrada fuera finita, como ocurre en el circuito de la Figura 13a, el modelo equivalente de ruido a la entrada necesitaría, para ser completo, de una fuente de tensión en serie y de una fuente corriente en paralelo (Figura 13c).

En efecto, vamos primero a obtener la densidad espectral de ruido a la salida para el circuito de la Figura 13a utilizando métodos ya conocidos. Para ello, sustituimos los dispositivos y componentes por sus modelos de ruido resultando el circuito de la Figura 13b. Nótese que hemos sustituido el amplificador en fuente común (sin la resistencia R_G) por un amplificador sin ruido más su fuente equivalente de ruido a la entrada, donde $V_{n,in}^2(f)$ viene dada por la expresión (28). Esto es posible hacerlo, ya que conocemos el modelo de ruido del amplificador sin la resistencia R_G (Figura 11a), del cual sabemos que sólo tiene una fuente equivalente de tensión porque su impedancia de entrada es infinita. Por supuesto que podríamos haber sustituido en la Figura 13a elemento a elemento por su modelo de ruido para calcular el ruido total a la salida. Dejamos al lector que compruebe que el resultado final sería idéntico.

Haciendo ahora el análisis de ruido en el circuito de la Figura 13b, la densidad espectral de ruido total a la salida viene dada por:

$$V_{n,out}^2(f) = \left[V_{n,Rs}^2(f) \left(\frac{R_G}{R_G + R_s} \right)^2 + V_{n,RG}^2 \left(\frac{R_s}{R_G + R_s} \right)^2 + V_{n,inA}^2 \right] g_m^2 (R_D \parallel r_{out})^2 \approx$$

$$\left[4kTR_s \left(\frac{R_G}{R_G + R_s} \right)^2 + 4kTR_G \left(\frac{R_s}{R_G + R_s} \right)^2 + \frac{4kT}{g_m^2 R_D} + \frac{4kT\gamma}{g_m} + \frac{K}{C_{ox}' W L f} \right] (g_m R_D)^2 \quad (29)$$

6.1. Cálculo de las equivalentes fuentes de ruido a la entrada

Vamos ahora a calcular el modelo equivalente de ruido del amplificador entero incluyendo la resistencia R_G (circuito enmarcado en la Figura 13a). Para ello debemos conocer cómo se calculan las fuentes equivalentes de ruido $V_{n,in}^2(f)$ e $I_{n,in}^2(f)$. Hemos de tener en cuenta que el modelo del amplificador completo (parte enmarcada en la Figura 13c) es válido para cualquier valor de la resistencia de fuente R_s . En particular, para $R_s = 0$ (en que la fuente de corriente equivalente de ruido no tiene influencia sobre el ruido a la salida), y para $R_s = \infty$ (en que la fuente equivalente de tensión de ruido no tiene influencia sobre el ruido a la salida).

Ahora es fácil calcular el valor de ambas fuentes. Si hacemos $R_s = 0$ en el circuito de la Figura 13b nos queda:

$$V_{n,in}^2(f) = \frac{V_{n,out}^2(f)}{(g_m R_D)^2} = V_{n,inA}^2(f) = \frac{4kT}{g_m^2 R_D} + \frac{4kT\gamma}{g_m} + \frac{K}{C_{ox}' W L f} \quad (30)$$

Si hacemos $R_s = \infty$ en el circuito de la Figura 13b nos queda:

$$I_{n,in}^2(f) = \frac{V_{n,out}^2(f)}{|z|^2} = \frac{[V_{n,RG}^2(f) + V_{n,inA}^2(f)](g_m R_D)^2}{(g_m R_D R_G)^2} = \frac{1}{R_G^2} (V_{n,RG}^2(f) + V_{n,inA}^2(f)) = \frac{1}{R_G^2} \left(4kTR_G + \frac{4kT}{g_m^2 R_D} + \frac{4kT\gamma}{g_m} + \frac{K}{C_{ox}' W L f} \right) \quad (31)$$

Donde z es la transimpedancia del circuito.

Para evitarnos duplicar todos los análisis para $R_s = 0$ y para $R_s = \infty$, es habitual hacer todos los cálculos para una resistencia de fuente R_s genérica, ideal, sin ruido y particular las expresiones obtenidas para $R_s = 0$ y para $R_s = \infty$. Si bien los análisis con resistencia genérica de fuente suelen ser más complejos, los hacemos una sola vez.

6.2. Calculando el ruido a la salida a partir de las fuentes equivalentes de ruido.

Haremos ahora una comprobación final. Para ello, partiendo del modelo equivalente de ruido mostrado en la Figura 13c con los valores de las fuentes equivalentes de ruido a la entrada dadas por las expresiones (30) y (31), vamos a calcular el ruido total a la salida, que debe darnos una expresión idéntica a (29).

Primero calcularemos la contribución al ruido total de salida de cada una de las fuentes de ruido del circuito de la Figura 13c. Empezaremos por las fuentes $V_{n,Rs}^2(f)$ y $V_{n,in}^2(f)$. Como ambas están incorreladas, podemos sumar directamente sus contribuciones a la densidad espectral de ruido en la salida. Además, como las dos están en serie, la función de transferencia desde la fuente a la salida es la misma para ambas, de forma que la contribución de ambas fuentes al ruido de salida viene dada por:

$$(V_{n,Rs}^2(f) + V_{n,in}^2(f)) \left(\frac{R_G}{R_s + R_G} \right)^2 (g_m R_D)^2 \quad (32)$$

La contribución de la fuente $I_{n,in}^2(f)$ viene dada por:

$$I_{n,in}^2(f) \left(\frac{R_G R_s}{R_s + R_G} \right)^2 (g_m R_D)^2 \quad (33)$$

Si sumamos directamente los términos en (32) y (33) no sale la expresión (29). Pero sumando directamente estos términos estaríamos cometiendo un error, ya que la mayor parte de los términos de $I_{n,in}^2(f)$ y de $V_{n,in}^2(f)$ están completamente correlados dado que responden a un mismo fenómeno físico. Consideremos, por ejemplo, el término debido al ruido térmico en el canal del transistor MOS en ambas fuentes. Para sumar la contribución al ruido de salida de este término de cada una de las fuentes debemos tener en cuenta que su coeficiente de correlación vale +1, por lo que la densidad espectral resultante vendrá dada por:

$$\left[\sqrt{\frac{4kT\gamma}{R_D}} \left(\frac{R_G}{R_s + R_G} \right) (g_m R_D) + \frac{1}{R_G} \sqrt{\frac{4kT\gamma}{R_D}} \left(\frac{R_G R_s}{R_s + R_G} \right) (g_m R_D) \right]^2 = \frac{4kT\gamma}{R_D} (g_m R_D)^2 \quad (34)$$

Que coincide con el término correspondiente en (29). Operando de la misma manera para todos los términos que están completamente correlados, y sumando finalmente los términos incorrelados obtenemos una expresión idéntica a (29).

6.3. Resumen de fuentes equivalentes de ruido y procedimiento para su cálculo

La Figura 14 resume el concepto de fuentes equivalentes de ruido a la entrada de un circuito (Figura 14a) y el procedimiento para obtener cada una de ellas (Figuras 14b y 14c). Finalmente debemos insistir en que ambos circuitos de la Figura 14a son equivalentes en el sentido en que producen el mismo ruido a la salida. Sin embargo, en el circuito real no podríamos medir en la entrada los niveles de ruido $V_{n,in}^2(f)$ e $I_{n,in}^2(f)$.

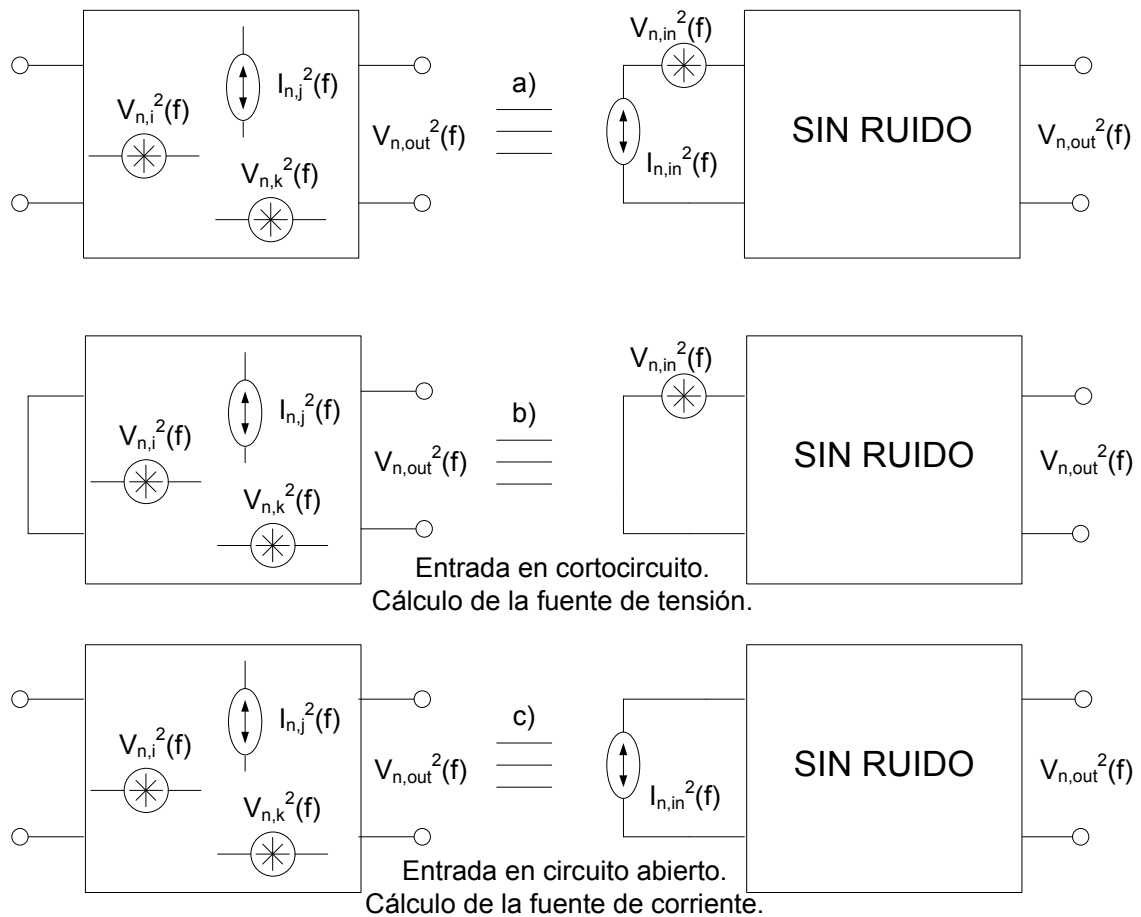


Figura 14. a) Modelo completo equivalente de ruido a la entrada. b) Procedimiento para el cálculo de la fuente equivalente de tensión de ruido a la entrada. c) Procedimiento para el cálculo de la fuente equivalente de intensidad de ruido a la entrada.

7. Factor de ruido, figura de ruido y temperatura de ruido

El *factor de ruido* es la medida más utilizada para caracterizar el comportamiento en ruido de un sistema. Hasta ahora hemos supuesto que la señal de entrada no tenía ruido, pero normalmente no es así, procede de un circuito anterior (o de una antena) que introduce ruido. El factor de ruido de un circuito mide cuánto se incrementa el ruido de entrada al pasar por el mismo. Una posible definición de factor de ruido es la siguiente:

$$F = \frac{\text{Potencia total de ruido a la salida}}{\text{Potencia de ruido a la salida provocado por el ruido de entrada}} \quad (35)$$

Por la propia definición el factor de ruido siempre es mayor o igual que la unidad.

Como ya sabemos la potencia de ruido a la salida se puede referenciar a cualquier punto del circuito dividiendo por el cuadrado del módulo de la función de transferencia entre ese punto y la salida. De esta manera en (35) podemos referenciar ambas potencias de ruido a la salida en cualquier punto del circuito (por ejemplo, en la entrada) sin que cambie el valor de F . El factor de ruido expresado en decibelios se denomina *figura de ruido (NF)*.

$$NF = 10 \log (F) \quad (36)$$

Otra medida empleada para la caracterización de los circuitos en cuanto a ruido se refiere, es la llamada temperatura de ruido (T_N), que se define a partir del factor de ruido mediante la siguiente expresión:

$$F = 1 + T_N / T_{ref} \quad (37)$$

donde T_{ref} es la temperatura de referencia, que normalmente se toma como la temperatura ambiente de 290 K.

La potencia de ruido de referencia en la entrada para un ancho de banda B (Hz) viene dada por $P_{i,ref} (mW) = k T B = 1.38 * 10^{-23} J/K * 290 K * B (Hz) * 1000 mW/W$. En escala logarítmica, $P_{i,ref} (dBm) = -174 dBm + 10 \log B(Hz)$. Por tanto, a partir de la definición, la potencia total de ruido a la salida viene dada por $P_{o,n} = P_{i,ref} * F$. En escala logarítmica:

$$P_{o,n} (dBm) = P_{i,ref} (dBm) + NF = -174 dBm + 10 \log B(Hz) + NF \quad (38)$$

Referencias

- [1] Dennis Ward Ricker. *Echo Signal Processing*. Springer, 2003.
- [2] P. R. Gray and R. G. Meyer, *Analysis and Design of Analog Integrated Circuits*. New York: Wiley, 1984.
- [3] A. A. Abidi, "High-frequency noise measurements on FET's with small dimensions," *IEEE Trans. Electron Devices*, vol. ED-33, pp. 1801–1805, Nov. 1986.

- [4] J. Chang, A. A. Abidi, and C. R. Viswanathan, "Flicker noise in CMOS transistors from subthreshold to strong inversion at various temperatures," *IEEE Trans. on Electron Devices*, vol. 41, no. 11, Nov 1994, pp. 1965-1971.
- [5] Y. P. Tsividis, *Operation and Modeling of the MOS Transistor*. New York: McGraw-Hill, 1999.
- [6] T.H. Lee, *The Design of CMOS Radio-Frequency Integrated Circuits*, 2nd Ed. Cambridge University Press, Cambridge: 2004.
- [7] D. Johns, K. Martin, *Analog Integrated Circuit Design*, John Wiley & Sons, New York: 1977.
- [8] A. Arnaud, and C. Galup-Montoro, "Consistent noise models for analysis and design of CMOS circuits," *IEEE Trans. on Circuits & Systems I*, vol. 51, no. 10, Oct. 2004, pp. 1909-1915.
- [9] C. Enz, F. Krummenacher, and E. A. Vittoz, "An analytical MOS transistor model valid in all regions of operation and dedicated to low-voltage and low-current applications," *J. of Analog Integrated Circuits Signal Processing.*, vol. 8, pp. 83–114, 1995.